



DOSSIER DE APOYO MATEMÁTICA 6° AÑOS
UNIDAD 1: MÚLTIPLOS Y FACTORES

Nombre: _____ Curso: 5° _____

Objetivo: Demostrar que comprenden los factores y múltiplos:

- › determinando los múltiplos y factores de números menores de 100
- › identificando números primos y compuestos
- › resolviendo problemas que involucran múltiplos

Clase 1

Objetivo: Determinar la factorización prima de números compuestos.

FACTORIZACIÓN PRIMA.

- 1** Sabemos que un número se puede expresar como la suma de dos o más sumandos, por ejemplo:

$$24 = 18 + 6 \quad \text{ó} \quad 10 + 8 + 6 \quad \text{ó} \quad 20 + 4 \quad \text{ó} \quad 10 + 9 + 5$$

Este mismo número también se puede expresar como el producto de dos o más factores:

$$24 = 1 \cdot 24 \quad \text{ó} \quad 2 \cdot 12 \quad \text{ó} \quad 3 \cdot 8 \quad \text{ó} \quad 2 \cdot 3 \cdot 4 \quad \text{ó} \quad 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

La palabra factor proviene del latín *facere*, que significa "hacer" o "fabricar".

En la expresión $24 = 2 \cdot 3 \cdot 4$, el número 3 es un factor de 24, porque junto al 2 y al 4 permiten "hacer" o "fabricar" el 24.

El 3 y el 8 también son factores de 24, porque $3 \cdot 8 = 24$.

- 2** Existen ciertos números naturales que pueden ser factorizados de una sola manera, por ejemplo:

$$2 = 1 \cdot 2 \quad ; \quad 3 = 1 \cdot 3 \quad ; \quad 13 = 1 \cdot 13 \quad ; \quad 19 = 1 \cdot 19 \quad ; \dots$$

Estos números se denominan **números primos**.

Número primo es aquel que solo puede ser factorizado por 1 y el mismo número.



Los números que pueden ser factorizados en más de una forma se denominan **números compuestos**.

El 24 es un número compuesto porque no solo se puede expresar como $1 \cdot 24$, sino que también como $2 \cdot 12$ ó $3 \cdot 8$ ó $4 \cdot 6$.

El número 1 no se considera primo.

3



Realiza esta actividad.

Factoriza cada número y luego completa la tabla, marcando con una X, según corresponda.

Número	Primo	Compuesto
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

4

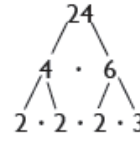
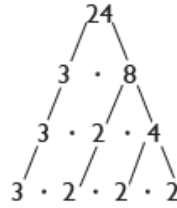
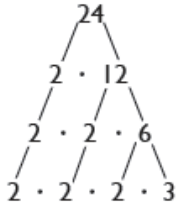
Vimos que el número 24 se podía factorizar en las siguientes parejas de factores:

$24 = 2 \cdot 12$

$24 = 3 \cdot 8$

$24 = 4 \cdot 6$

Si continuamos factorizando en cada caso:



Vemos que, cualquiera sea el camino que se haya seguido, llegará un momento en que el número 24 queda expresado como el producto de un mismo conjunto de factores que son todos número primos: $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Esta factorización se denomina **factorización prima** de 24.

Encontrar la **factorización prima** de un número no es lo mismo que encontrar sus factores. Un número compuesto puede ser factorizado de varias maneras distintas. Pero tiene solamente una factorización prima.



5

Expresa 60 como producto de sus factores primos.

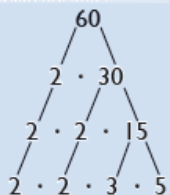
Método 1

60 : 2 Divide por el factor primo 2
 30 : 2 Divide por el factor primo 2
 15 : 3 Divide por el factor primo 3
 5 (es número primo)

Comienza dividiendo el número por su factor primo más bajo, cuantas veces sea posible. Luego, continúa dividiendo por los siguientes factores primos hasta que el cociente sea un número primo.



La factorización prima de 60 es: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Método 2

La factorización prima de 60 es: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

6 Expresa 48 como producto de sus factores primos.

Método 1

48 : 2
24 :
 : 2
6 :

48 = 2 · · 2 · ·

Método 2

48
2 ·
2 · 2 ·
2 · 2 · 2 ·
2 · 2 · 2 · 2 ·
48 = 2 · 2 · 2 · 2 ·

7 Encuentra la factorización prima de los siguientes números.

a 8

b 20

c 100

d 132

8 Encierra los números primos.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

9 Resuelve.

a El número 400, expresado como producto de sus factores primos es $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$. Escribe 800 como producto de sus factores primos.

b El número 320, expresado como producto de sus factores primos es $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$. Escribe 3200 como producto de sus factores primos.

c El número 2700, expresado como producto de sus factores primos es $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$. Escribe 270 como producto de sus factores primos.

Clase 2

Objetivo: Determinar el máximo común divisor de números compuestos.
MÁXIMO COMÚN DIVISOR.

1 Al expresar el número 18 como producto de dos factores se obtiene:

$$18 = 1 \cdot 18, \quad 18 = 2 \cdot 9, \quad 18 = 3 \cdot 6$$

Vemos que cada uno de los factores obtenidos es también un divisor de 18, ya que todos lo dividen exactamente:

$$18 : 1 = 18, \quad 18 : 2 = 9, \quad 18 : 3 = 6, \quad 18 : 6 = 3, \quad 18 : 9 = 2 \text{ y } 18 : 18 = 1$$

Luego, los divisores de 18 son: 1, 2, 3, 6, 9 y 18

2 Encuentra los divisores comunes de 12 y 30.

Factores de 12	Factores de 30
$12 = 1 \cdot 12$	$30 = 1 \cdot 30$
$12 = 2 \cdot 6$	$30 = 2 \cdot 15$
$12 = 3 \cdot 4$	$30 = 3 \cdot 10$
	$30 = 5 \cdot 6$

Identifica primero los divisores de cada número y luego los que son comunes, encerrándolos en un círculo.

Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6 y 12

Divisores de 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30

1, 2, 3 y 6 son divisores tanto de 12 como de 30.



3 Para encontrar los divisores comunes de 10 y 28 haz una lista de todas las parejas de factores de cada número.

Factores de 10	Factores de 28
$10 = 1 \cdot 10$	$28 = 1 \cdot 28$
$10 = 2 \cdot 5$	$28 = 2 \cdot 14$
	$28 = 4 \cdot 7$

Divisores de 10:

Divisores de 28:

Divisores comunes de 10 y 28:

4 Encuentra los divisores comunes de cada par de números.

a 12 y 24

b 27 y 35

c 36 y 50

d 40 y 54

5 Encuentra el máximo común divisor de 45 y 75.

Método 1

Factores de 45	Factores de 75
$45 = 1 \cdot 45$	$75 = 1 \cdot 75$
$45 = 3 \cdot 15$	$75 = 3 \cdot 25$
$45 = 5 \cdot 9$	$75 = 5 \cdot 15$

El **máximo común divisor** es el mayor de todos los divisores comunes.



Divisores de 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45

Divisores de 75: 1, 3, 5, 15, 25, 75

Divisores comunes de 45 y 75: 1, 3, 5 y 15.

De estos cuatro divisores comunes, el mayor es el 15.

Por lo tanto, el máximo común divisor de 45 y 75 es 15.

Método 2

Utilizando la factorización prima.

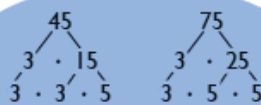
Identifica los factores primos que son comunes entre 45 y 75 y enciérralos en un círculo.

$$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{aligned} \text{Máximo común divisor} &= 3 \cdot 5 \\ &= 15 \end{aligned}$$

El máximo común divisor de 45 y 75 es 15.



Método 3

Divide por el divisor primo común 3.
Divide por el divisor primo común 5.
Deja de dividir ya que 3 y 5 no tienen otro divisor común más que el 1.

Multiplica estos divisores comunes:

$$3 \cdot 5 = 15$$

El máximo común divisor de 45 y 75 es 15.

45	75	:3
15	25	:5
3	5	

6 Encuentra el máximo común divisor de 20 y 32.

Método 1

Factores de 20	Factores de 32
$20 = 1 \cdot 20$	$32 = 1 \cdot 32$
$20 = 2 \cdot 10$	$32 = 2 \cdot 16$
$20 = 4 \cdot 5$	$32 = 4 \cdot 8$

Divisores de 20:

Divisores de 32:

Divisores comunes de 20 y 32:

El máximo común divisor de 20 y 32 es

Método 2

Utilizando la factorización prima.

$$20 = 2 \cdot \square \cdot \square$$

$$32 = 2 \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square$$

$$\begin{aligned} \text{Máximo común divisor} &= 2 \cdot \square \\ &= \square \end{aligned}$$

El máximo común divisor de 20 y 32 es .

Método 3

20	32	: 2	$2 \cdot \square = \square$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	: <input type="text"/>	El máximo común divisor de 20 y 32 es <input type="text"/> .
5	8		

Clase 3

Objetivo: Determinar el mínimo común múltiplo de números compuestos.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.

- 1 Encuentra los primeros dos múltiplos comunes de 8 y de 12.

Múltiplos de 8	Múltiplos de 12
$1 \cdot 8 = 8$	$1 \cdot 12 = 12$
$2 \cdot 8 = 16$	$2 \cdot 12 = 24$
$3 \cdot 8 = 24$	$3 \cdot 12 = 36$
$4 \cdot 8 = 32$	$4 \cdot 12 = 48$
$5 \cdot 8 = 40$	$5 \cdot 12 = 60$
$6 \cdot 8 = 48$	$6 \cdot 12 = 72$
$7 \cdot 8 = 56$	$7 \cdot 12 = 84$
$8 \cdot 8 = 64$	$8 \cdot 12 = 96$
$9 \cdot 8 = 72$	$9 \cdot 12 = 108$
$10 \cdot 8 = 80$	$10 \cdot 12 = 120$
...	...
...	...

Encuentra los múltiplos comunes de 8 y de 12.



Múltiplos de 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, ...

Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, ...

24, 48, 72, ... son múltiplos de 8 y de 12.

24, 48, 72, ... son llamados **múltiplos comunes** de 8 y de 12.

Los primeros dos múltiplos comunes de 8 y de 12 son 24 y 48.

- 2 Encuentra los tres primeros múltiplos comunes de 3 y 5.

Los múltiplos de 3:

Los múltiplos de 5:

Los primeros tres múltiplos comunes de 3 y de 5:

- 3 Escribe los diez primeros múltiplos de cada par de números. Luego, a partir de esta lista, encuentra los múltiplos comunes.

a 8 y 10

b 7 y 11

4 Encuentra el mínimo común múltiplo de 6 y 9.

Método 1

Múltiplos de 6	Múltiplos de 9
$1 \cdot 6 = 6$	$1 \cdot 9 = 9$
$2 \cdot 6 = 12$	$2 \cdot 9 = 18$
$3 \cdot 6 = 18$	$3 \cdot 9 = 27$
$4 \cdot 6 = 24$	$4 \cdot 9 = 36$
$5 \cdot 6 = 30$	$5 \cdot 9 = 45$
$6 \cdot 6 = 36$	$6 \cdot 9 = 54$
$7 \cdot 6 = 42$	$7 \cdot 9 = 63$
$8 \cdot 6 = 48$	$8 \cdot 9 = 72$
$9 \cdot 6 = 54$	$9 \cdot 9 = 81$
$10 \cdot 6 = 60$	$10 \cdot 9 = 90$
...	...
...	...

Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...

Múltiplos de 9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, ...

Múltiplos comunes de 6 y 9: 18, 36, 54, ...

De estos, el menor es el 18.

Por lo tanto, el **mínimo común múltiplo** de 6 y 9 es 18.

Método 2

Usando la factorización prima.

$$6 = 2 \cdot 3$$
$$9 = 3 \cdot 3$$

$$\text{Mínimo común múltiplo} = 2 \cdot 3 \cdot 3$$
$$= 18$$

El mínimo común múltiplo de 6 y 9 es 18.

$$\begin{array}{c} 6 \\ \swarrow \searrow \\ 2 \cdot 3 \end{array} \quad \begin{array}{c} 9 \\ \swarrow \searrow \\ 3 \cdot 3 \end{array}$$

$2 \cdot 3 \cdot 3$ es el producto menor que contiene a $2 \cdot 3$ y $3 \cdot 3$.
Por lo que $2 \cdot 3 \cdot 3$ es el mínimo común múltiplo de 6 y 9.



Método 3

Divide por el divisor primo común 3.
Deja de dividir ya que 2 y 3 no tienen otro factor común más que el 1.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 9 \\ \hline 2 & 3 \end{array} : 3$$

Multiplica estos factores comunes:

$$3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$$

El mínimo común múltiplo de 6 y 9 es 18.

5 Encuentra el mínimo común múltiplo de 8 y 10.

Método 1

Múltiplos de 8: _____

Múltiplos de 10: _____

Múltiplos comunes de 8 y 10: _____

El mínimo común múltiplo de 8 y 10 es _____

Método 2

Utilizando la factorización prima.

$$8 = 2 \cdot \square \cdot \square$$

$$10 = 2 \cdot \square$$

$$\begin{aligned} \text{El mínimo común múltiplo de 8 y 10 es} &= 2 \cdot \square \cdot \square \cdot \square \\ &= \square \end{aligned}$$

$$\text{El mínimo común múltiplo de 8 y 10 es} = \square$$

Método 3

$$\begin{array}{c|c} 8 & 10 \\ \hline \square & \square \end{array} : 2$$

$$2 \cdot \square \cdot \square = \square$$

$$\text{El mínimo común múltiplo de 8 y 10 es } \square.$$

6 Encuentra el mínimo común múltiplo de cada par de números.

a 3 y 7

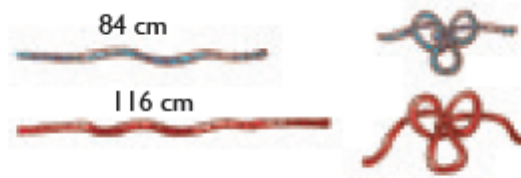
b 5 y 12

c 4 y 9

d 6 y 11

Resuelve.

María tiene dos cuerdas las que quiere cortar en trozos del mismo largo para hacer los nudos que se muestran en la ilustración.



a Encuentra el mayor largo posible en que puede cortar las cuerdas para que no le sobre nada.